

## UNA ECUACIÓN MUY ESPECIAL

Desde muy antiguo los matemáticos han estado interesados en encontrar tres números enteros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  que fueran soluciones de la ecuación  $a^2 + b^2 = c^2$  (geoméricamente el problema consiste en encontrar tres números que fuesen las medidas de los tres lados de un triángulo rectángulo).

*Pitágoras*, filósofo griego del siglo VI a. de C. y natural de la isla de *Samos*, tuvo que emigrar a *Crotona* (sur de Italia) donde fundó una academia o comunidad filosófica, política y religiosa en la que se trataron innumerables problemas matemáticos (sobre todo numéricos). Todos los descubrimientos de esta academia se le atribuyen a él, aunque fueran sus discípulos los autores de ellos.

A la terna de números  $(a,b,c)$  que verifiquen esta ecuación se le llama **terna pitagórica**. Por ejemplo, 3, 4 y 5 es una terna pitagórica. Naturalmente, cualquier múltiplo de una de estas ternas también es pitagórica. Así, 15, 20 y 25, resultado de multiplicar los números anteriores por 5, también es una terna pitagórica, ya que  $15^2 + 20^2 = 25^2$ .

A las ternas tales que no hay ningún factor común a los tres números se les llama **ternas primitivas**. Se ha demostrado que todas estas ternas son de la forma:

$$\left. \begin{aligned} a &= 2mn \\ b &= m^2 - n^2 \\ c &= m^2 + n^2 \end{aligned} \right\}$$

donde  $m$  y  $n$  son números primos entre sí y además uno de ellos es par y el otro es impar.

Por ejemplo, si  $m = 3$  y  $n = 2$ , entonces  $a = 12$ ,  $b = 5$  y  $c = 13$ , que es una terna pitagórica primitiva.

Encuentra otras soluciones de esta ecuación.

### Generalización

El matemático *Pierre de Fermat* (1601 - 1665) estudió distintas prolongaciones de este problema. La más famosa por su resistencia a lo largo de la historia a ser demostrada a pesar del gran número de matemáticos que se han dedicado a ello, es la siguiente: *Fermat* demostró que los únicos números enteros positivos tales que  $a^3 + b^3 = c^3$  son  $(a = b = c = 0)$  ó  $(a = 0, b = 1, c = 1)$ . En general, *Fermat* enunció que, si  $n$  es un número entero positivo mayor que 2, la ecuación  $a^n + b^n = c^n$  no puede tener otras soluciones enteras y positivas distintas a las anteriores.

*Fermat*, que casi nunca publicaba sus descubrimientos e incluso olvidaba anotar las demostraciones de sus resultados, afirmaba haber demostrado este último, pero lo cierto es que a lo largo de los tiempos no se ha podido demostrar.