

● ECUACIONES

Esquema de resolución de ecuaciones de primer grado.

1. Quitar denominadores.
2. Quitar paréntesis.
3. Despejar la incógnita.
4. Comprobación de la solución.
5. Resolver y comprobar las siguientes ecuaciones.

(1)  $2x+3=x+4$

(2)  $4x-10=2x+2$

(3)  $9x+9+3x=15$

(4)  $300x-250=50x+750$

(5)  $17x-7x=x+18$

(6)  $2'5x+0'5x=1'5x+1'5$

(7)  $9y-19+y=11$

(8)  $x+2x+3-4x=5x-9$

(9)  $2y+3y-4=5y+6y-16$

(10)  $75z-150=80z-300$

(11)  $3'3x+2'7x-4'6=7'4$

(12)  $2y-3y+4y-5=6y-7y+15$

(13)  $(4x+6)-2x=(x-6)+24$

(14)  $15y-(3-(4y+4))-57=2-y$

(15)  $(2y-(3y-4)+5y-6)+10y=(12y-12)+36$

(16)  $4t-(12t-24)+38t-38=0$

Problemas de ecuaciones I

1. Un hombre tiene **s** años. Expresar algebraicamente su edad hace 5 años; su edad hace **T** años; y su edad hace **5+T** años. Expresar su edad dentro de **5+T** años..

2. Hace 10 años, un hombre tenía **s** años, ¿cuántos años tendrá dentro de 20 años? ¿y dentro de **T** años? ¿cuándo habrá cumplido los 30 años?.

3. Un hombre recorre **d** kilómetros en 8 horas, ¿cuánto recorre en un ahora? ¿y en **T** horas? ¿y en **T** horas y **m** minutos?

4. Un coche recorre **d** kilómetros en **h** horas?, ¿cuánto tardará en recorrer 100 kms?

5. ¿Cuántos céntimos hay en 20 pts.? ¿y en **a** pts.? ¿y en 10 monedas de 10 céntimos? ¿y en **d** monedas de 10 céntimos y **n** de 5 céntimos?

6. Un hombre tiene  $2x$  ptas., ¿cuántas monedas de 10 céntimos podría tener?, y de 5 céntimos?, ¿cuántos céntimos tiene?
7. Si tú tienes 100 ptas. Más que yo y tú tienes  $x$  ptas. ¿cuánto dinero tengo?-
8. Escribir cinco números impares consecutivos, siendo  $a$  el número impar del centro.

Escribir los siguientes ejercicios como ecuaciones y resolverlos.

9.  $4x$  sumado con 4, resulta 44.
10. Si a  $10x$  le sumamos 4 resulta lo mismo que si a  $8x$  le quitamos  $(2-3x)$ .
11. Si a  $12x$  le restamos 4, resulta lo mismo que si a  $4x$  le añadimos 12.
12. Un automóvil gasta un litro de gasolina al recorrer 18 km. Si recorre 360 km y gasta  $x$  litros, ¿cuánto vale  $x$ ?
13. Un hombre compra un coche usado por 96000 ptas. Y lo vuelve a vender perdiendo  $d$  ptas. Si lo vendió por 45000 ptas., ¿cuánto vale  $d$ ?
14. Si sumamos 10 al doble de tu dinero resultará lo mismo que si restamos tu dinero de 43. Llamando  $x$  a tu dinero, calcula  $x$ .
15. Si se suma 10 a  $10x$  y se 15 del total, el resultado es igual a  $2x+3$ . Calcular  $x$ .
16. 17. 18. 19. Escribir las ecuaciones de las relaciones que aparecen en las figuras **a**, **b**, **c**, y **d** respectivamente y resolver en cada una de ellas.

12"

7"  $x$ "

18"  $x$ "

20. 21. 22. Los balancines que aparecen en las figuras siguientes están en equilibrio cuando los pesos de ambos lados son iguales. Hallar los valores de los pesos desconocidos (en kilogramos) que aparecen en las figuras **(a)**, **(b)** y **(c)** respectivamente.

23. Si  $x$  es un cierto número de litros de aceite y su precio total es de 140 ptas., ¿cuál es el precio de un litro?
24. Hallar el precio de cada libro, si 8 libros, a  $x$  ptas. El libro, han costado 2000 ptas. Escribir el enunciado como una ecuación y resolverla para hallar el valor de  $x$ .
25. Una habitación es 3 veces más larga que ancha y tiene un perímetro de 96 m. ¿Cuáles serán sus medidas? (en primer lugar, dibujar un plano de la habitación, que será tres veces más largo que ancho).

Aplicación de multiplicación de polinomios.

1. Hallar el tanto por ciento de error, si no se tiene en cuenta el término **ab** en  $(1+a)(1+b)$  cuando  $a=0'001$  y  $b=0'002$ .
2. Hallar con tres cifras decimales exactas el valor de  $1'002x1'05$ , utilizando el método anterior ( $a=0'002$ ,  $b=0'05$ ).
3. ¿Cuántas cifras de decimales pueden precisarse en el producto  $1'02x1'0024$  por el método anterior? (NOTA: **b** tiene cuatro cifras decimales).
4. ¿Cuál es el tanto por ciento de error cometido suponiendo  $(1+a)(1+b)=1+a+b$  cuando  $a=0'003$  y  $b=0'005$ ?
5. Suponiendo  $(1+a)=1+3^a$ , ¿cuál es el tanto por ciento de error al  $0'0002$ ? ¿cuando  $a=0'002$ ? ¿cuándo  $a=0'2$ ?
6. Al medir el radio  $r$  de un círculo cuya longitud correcta es 1 dm hemos cometido un error del 1%. Hallar el tanto por ciento de error cometido al calcular su área con el radio que hemos medido. El área de un círculo es  $\pi R^2$ , donde  $R$  es su radio.
7. El área de un triángulo se ha determinado dibujando una figura a escala y midiendo su base y su altura. Al medir la base y la altura se han cometido errores del 1'5% y del 2% respectivamente, ambos en exceso. ¿Cuál será el tanto por ciento del error

cometido al calcular el área, despreciando el término del producto de los dos errores? El área del triángulo es el producto de la mitad de la altura por la base.

**8.** Hallar el producto aproximado en los casos siguientes:

(a)  $1'003 \times 1'012$  (b)  $1'02 \times 0'97$  (c)  $1'004 \times 0'998$

(d)  $0'97 \times 0'98$  (e)  $9'996 \times 0'997$  (f)  $0'985 \times 0'996$

**9.** Al medir las dimensiones de un rectángulo se ha cometido un error del 2% en exceso en la longitud y el error en la anchura ha sido del 3% por defecto. Si calculamos el área con estas medidas, hallar el porcentaje del error cometido.

**10.** Al medir un triángulo, la base se ha medido con un exceso del 1% y la altura con un defecto del 1'5%. Hallar el porcentaje del error del área calculada con estas medidas.

**11.** Si el error de un número es del 1%, ¿cuál es el porcentaje del error en su cuadrado? ¿y en su cubo?.

**12.** Hallar el área de un rectángulo que mide  $s$  más largo que de ancho.

**13.** Hallar el volumen de un ortoedro que mide  $2x-3$  metros de ancho,  $7x-2$  metros de largo y  $x+4$  metros de alto. Dibujar la figura. Para hallar el volumen se multiplica la longitud por la altura por la anchura. La fórmula es  $V=lah$ .

**14.** Hallar el volumen de un cilindro circular recto cuya altura es  $h$  dm y su radio  $2h-4$  dm. Volumen del cilindro:  $V=PR2h$  donde  $R$  es el radio y  $h$  la altura. Dibujar la figura.

**15.** Un cuadrado tiene en su interior una perforación cuadrada, cuyas dimensiones aparecen en la figura. Hallar el área no perforada.

**16.** Una lámina de acero de  $a$  cm de ancho se cierra uniendo sus cantos para formar una conducción rectangular de  $d$  cm de alto. ¿Cuál es el área de la sección de esta conducción?

**17.** Una lámina rectangular es estaño de  $a$  cm y  $b$  cm de largo se emplea para hacer de ella una caja sin tapa. Cortando en cada esquina un cuadrado de  $c$  cm de lado y doblando hacia arriba las solapas resultantes. Hallar el volumen de la caja. Dibujar las distintas figuras del proceso.

**18.** Resolver las siguientes ecuaciones:

(a)  $(x-4)^2 = x^2 - 40$

(b)  $(x-3)^2 = (x+3)^2 - 24$

(c)  $9(x-10) = -(x-10)$

(d)  $20(x+2) = 2(x+20)$

(e)  $(x-3)^2 + 40 = (x+7)^2 + 200$

(f)  $(2x+1)^2 = 4(x+2)^2$

(g)  $(3x-2)^2 = 3x(3x+1)$

(h)  $(2x-2)^2 = 4(x+2)^2$

(i)  $(6x+2)(5x-4) - 30(x-1)^2 = 34x + 106$

(j)  $6x^2 - 27x + 72 = 3x(2x+3)$

(k)  $(s+1)(3s+1) = 3s^2 + 7s - 13$

(l)  $(h+1)(h^2-h+1) = h^2 - 8h - 31$

**19.** Si  $x-4$  se multiplica por  $x-10$ , el producto es 20 unidades mayor que  $x^2$ . Hallar  $x$ .

20. Si un número más 6 se multiplica por dicho número más 13, el producto es 27 más el cuadrado del número. Halla dicho número.
21. Un rectángulo es de 10 metros más estrecho que un cuadrado y 15 metros más largo que él tiene la misma área que el cuadrado. ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado y del rectángulo?.
22. Un rectángulo es 2 metros más ancho que un cierto cuadrado, 6 metros más largo que él y tiene un área 84 m<sup>2</sup> mayor que la de dicho cuadrado. Hallar las dimensiones de las dos figuras.
23. Demostrar que el producto del primero y el último de tres números enteros consecutivos es siempre una unidad menor que el cuadrado del segundo número.
24. Un hombre cobra 3000 ptas. El primer mes y cada mes cobra **p** ptas. Más. Escribir la fórmula del sueldo **s** que cobraría el mes **n**.
25. **n** hombres cobran el mismo salario de **x** ptas. Al año durante **t** años. Durante (m+t) años han recibido un total de **p** ptas. Escribir una fórmula que nos dé el valor de **x**, otra que nos dé el valor de **m** y otra para el de **n**.
26. Diez estudiantes compran una radio. Como cuatro de ellos no tienen dinero, los otros han de pagar 80 ptas. más cada uno. ¿Cuánto cuesta la radio?.

### ***Problemas de ecuaciones I***

1. Hallar dos números cuya diferencia es 10 y cuya suma es  $4\frac{1}{5}$  veces su diferencia.
2. Un campo rectangular es 5 Dm más largo que ancho. Si fuera 2 Dm más ancho y 3 Dm más corto, su superficie tendría 5 Dm<sup>2</sup> menos.. Hallar las dimensiones del campo.
3. La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es 15. ¿Cuáles son estos números?.
4. La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos pares es 44, ¿cuáles son estos números?

Plantear las ecuaciones correspondientes a los problemas siguientes y resolverlos descomponiendo en factores simples.

5. Hallar el número que sumado a su cuadrado dá 42.
6. El doble de un número, sumado a su cuadrado, es igual a 63. Hallar dicho número.
7. El doble de un número, restado a su cuadrado dá 63. Hallar el número.
8. Si sumamos 16 al cuadrado de un número, resulta 10 veces dicho número. Hallarlo.
9. Si restamos 44 al cuadrado de un número, la diferencia es 7 veces dicho número. Hallarlo.
10. Si se suma 2 a un cierto número, el cuadrado de la suma es igual a 4 más 13 veces dicho número, ¿de qué número se trata?
11. Un rectángulo es 8 cm más largo que ancho. Si su superficie es de 560 cm<sup>2</sup>, ¿cuáles son sus dimensiones?.

NOTA: Sólo será válida una de las dos soluciones. Es muy frecuente este caso cuando los problemas se resuelven por ecuaciones de segundo grado, pero sólo una de las soluciones tiene sentido práctico.

12. Un solar rectangular de 40 m por 26 m está rodeado por un camino de anchura constante. La superficie del camino es de 360 m<sup>2</sup>. ¿Cuál es su anchura?.
13. Una chapa rectangular de estaño es 8 cm más larga que ancha. Si en cada esquina se le corta un cuadrado de 2 cm de lado y las solapas se sobran hacia arriba. Se forma una caja de 18 cm<sup>2</sup>. Calcular la longitud de las tres dimensiones de la caja.
14. Un rectángulo tiene 4 m más de largo que de ancho. Si su longitud se aumenta en 4 m y su anchura en otros 4 m, el área queda multiplicada por 2. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo inicial?.
15. Despejar de estas fórmulas las variables indicadas:

(a)  $A = Pab$ ; despejar **a** y **b**

(b)  $S = ph$ ; despejar **p** y **h**

(c)  $S = 2Prh$ ; despejar **r**

(d)  $V = Pr2h$ ; despejar **h**

(e)  $V = PR2h-PR2h$ ; despejar **h**

(f)  $A = 4P2Rr$ ; despejar **R**

(g)  $Z = 2Prh$ ; despejar **h**

(h)  $T = 6a^2$ ; despejar **a** y **a**

(i)  $V = 2P2Rr^2$ ; despejar **r**

(j)  $S = 4Pr^2$ ; despejar **r**

(k)  $V = Pr2h$ ; despejar **r**

16. La fórmula  $V = \sqrt{2gh}$

expresa en **m/s** la velocidad que alcanza un cuerpo cuando cae libremente desde una altura de **h** metros. Despejar **h** de esta ecuación y hallar una fórmula que expresa desde qué altura debe caer un cuerpo para alcanzar una velocidad de **v m/s**.

SUGERENCIA: En primer lugar, elevar al cuadrado los dos miembros de la ecuación; entonces se obtiene  $V^2 = 2gh$ .

17. La fórmula  $Vt = V_0 + 9.8t$  expresa la velocidad de un cuerpo que cae libremente desde hace **t** segundos. Siendo  $V_0$  la velocidad en m/sq que tenía el cuerpo en el momento de empezar a caer, es decir,  $V_0$ =velocidad inicial;  $Vt$  es la velocidad que ha alcanzado, al cabo de **t** segundos, en m7sg. Despejar  $V_0$  y **t**.

$$V = \frac{\pi r^2 n}{3} = 10472r^2 h$$

18. Dada la fórmula para calcular el volumen de un cono circular, despejar **h** y **r**.

19. De la fórmula  $A = td + b(s+n)$ , despejar **t**, **d**, **s** y **n**.

20. Utilizando la fórmula del ejercicio anterior:

(a) Calcular **t** cuando  $A = 3'35 \text{ cm}^2$ ,  $b = 2'04 \text{ cm}$ ,  $s = 0'22 \text{ cm}$ ,  $n = 0'45 \text{ cm}$  y  $d = 8 \text{ cm}$ .

(b) Hallar **b** cuando  $d = 10 \text{ cm}$ ,  $t = 0'24 \text{ cm}$ ,  $n = 0'63 \text{ cm}$ ,  $s = 24 \text{ cm}$  y  $A = 4'45 \text{ cm}^2$ .

(c) Hallar **s** cuando  $d = 5 \text{ cm}$ ,  $t = 0'19 \text{ cm}$ ,  $b = 1'56 \text{ cm}$ ,  $n = 0'45 \text{ cm}$  y  $A = 1'95 \text{ m}^2$ .

21. Recordando la fórmula del interés simple  $C = crt + c$  donde **C** es el capital total, **c** es el capital inicial, **t** es el tiempo en años y **r** es el rédito en tanto por ciento. Despejar cada una de las letras.

22. Aplicando la fórmula del ejercicio anterior:

(a) Calcular **t** cuando  $c = 2500 \text{ ptas.}$ ,  $r = 6\%$  y  $C = 37720 \text{ ptas.}$

(b) Calcular **r** cuando  $t = 3 \text{ años}$ ,  $c = 32800 \text{ ptas.}$ , y  $C = 37720 \text{ ptas.}$

(c) Calcular **c** cuando  $C = 500 \text{ ptas.}$ ,  $t = 5 \text{ años}$  y  $r = 4\%$ .

23. Un rectángulo de 2 dm. , más de largo que de ancho, tiene una superficie de 8 dm<sup>2</sup>. Hallar sus dimensiones. Calcular también sus dimensiones si su superficie fuese:

(a) 15 dm<sup>2</sup>; (b) 24 dm<sup>2</sup>; (c) 35 dm<sup>2</sup>.

### Problemas de ecuaciones II

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{l}$$

1. Si  $\frac{1}{k} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{l}$ , despejar  $k$ ; calcular después el valor de  $k$  si  $a=19000$ ,  $b=90000$  y  $l=3180$ .

$$\frac{E}{r} = \frac{E}{r_1} + \frac{E}{r_2}$$

2. Dada la ecuación  $\frac{E}{r} = \frac{E}{r_1} + \frac{E}{r_2}$ . Despejar  $r$ .

$$E = RI + r \frac{I}{n} \qquad I = \frac{E}{\frac{R}{n} + \frac{r}{m}}$$

3. Dada la ecuación  $E = RI + r \frac{I}{n}$ . Demostrar que

$$nE = RI + \frac{nrl}{m} \qquad I = \frac{E}{\frac{R}{n} + \frac{r}{m}}$$

4. Dada la ecuación  $nE = RI + \frac{nrl}{m}$ , demostrar que

5. Dada la ecuación  $R_1 = R_0(1+at)$ , despejar  $R_0$ ,  $a+t$ , en función de las demás variables..

6. Dadas las ecuaciones siguientes, despejar las variables indicadas:

(a)  $A = \frac{2}{3}hw$ , despejar  $w$ .

(b)  $V = 2\pi^2 Rr^2$ , despejar  $R$ .

(c)  $V = \pi R^2 h - \pi r^2 h$ , despejar  $r^2$  y después  $r$ .

(d)  $S = \frac{1}{2}ps$ , despejar  $s$ .

(e)  $T = \frac{1}{2}ps + A$ , despejar  $p$ .

(f)  $S = \frac{1}{2}(P+p)s$ , despejar  $p$ .

(g)  $T = \frac{1}{2}(P + p)s + B + b$ , despejar s.

(h)  $V = \frac{4}{3}r^2$ , despejar r.

(i)  $T = \frac{\pi RF}{Sp}$ , despejar R y s.

(j)  $F = \frac{4^2 mx}{T^2}$ , despejar x.

(k)  $E = \frac{Ef}{(P - x)p}$ , despejar x.

(l)  $C = \frac{k}{rr_1(r + r_1)}$ , despejar  $r_1$ .

(m)  $Q = k \frac{(t_2 - t_1)at}{d}$ , despejar  $t_1$  y a.

(n)  $P_t v_t = P_0 v_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right)$ , despejar t.

( )  $H = 1600000 \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} (1 + 0'004t)$ , despejar t.

7. Un hombre cobra en su trabajo el doble que su hijo. Si entre los dos cobran 600 ptas. Diarias, ¿cuánto cobra cada uno?.

8. A una compañía, un determinado artículo le cuesta 27 ptas. En total. La compañía calcula que el gasto de manufactura es tres veces mayor que el de material y que los gastos de publicidad son la mitad que en material, ¿cuál es el coste de cada concepto?.

9. El precio de un artículo se rebajó en una tercera parte y entonces era igual a 6/5 de 320 ptas. ¿Cuál era su precio inicial?.

10. El precio de un artículo se aumentó en un quinto y resultó entonces el 0'75 de 160 ptas. ¿Cuál era su precio inicial?.

11. Un número, más su mitad, más su tercera parte es once décimos de 100, ¿cuál es el número?.

12. El precio de un ventilador se rebaja un 20%. El ventilador se vende entonces a 480 ptas., o sea, un 20% más que el precio de coste, ¿cuál es el precio de venta sin rebaja y el precio de coste?.

13. Después de que A rebajase el precio de un coche usado en un 10% a B, lo vende a C incrementando la cantidad que él pagó en un 10%. Si C lo compra en 9900 ptas. ¿Cuál era el precio inicial, sin rebaja, del coche?.

14. El salario semanal de un obrero se incrementa en un 50% y luego en un 33 1/3 % y entonces cobra 12800 ptas. Semanales, ¿cuál era su salario inicial?.

15. Una suma de 11000 ptas. Se imponen, parte al 5% y parte al 6%. Si el interés al cabo de un año es de 590 ptas., ¿qué cantidad se impuso a cada tipo de interés?.

SUGERENCIA: Sea x=pesetas impuestas al 5%, 11000-x las impuestas al 16%. Por lo tanto, 0'05x+(11000-x)0'06=590.

16. Un capital de 13000 ptas. se imponen, parte al 2% y parte al 2'5%. El interés, al cabo de un año es de 300 ptas. ¿Qué cantidad se impuso a cada tipo de interés?.

17. El interés de 12000 ptas., en t años, al 3% son 840 ptas. Hallar t.

18. El interés de 12000 ptas. al 1% durante 3'25 años es de 1170 ptas. Calcular i.

19. Si el aire está compuesto por 4 partes de nitrógeno por cada parte de oxígeno, ¿cuántos metros cúbicos de cada gas habrá en un local de 12 m por 40m por 30m?.

SUGERENCIA: Sea  $x$ =metros cúbicos de nitrógeno del volumen.

20. Si una mezcla de 3 partes de agua por una de aceite tiene un volumen total de 88 litros, ¿cuántos litros hay en cada líquido?.

21. Una compañía contrata a tres empleados. El primero recibe 6 partes, el segundo 4 partes y el último 3 partes de un sueldo semanal de 33800 ptas. semanales. ¿Cuánto cobra cada uno?.

22. Un recipiente lleno de agua pesa 6 kg. Si se llena de gasolina, de densidad específica 0'9, pesa 5'5 kg. ¿Cuánto pesa el recipiente?.

23. Siete veces la cantidad que gasta una persona en León en lavanderías y tintorerías al año es 6 ptas. menos que lo que gasta otra persona en Madrid por la misma causa. Si entre las dos personas gastan 246 ptas. ¿Cuánto gasta cada una?.

24. Si  $19 \frac{1}{4}$  Kg de oro y  $10 \frac{1}{4}$  Kg de plata, al sumergirlos en agua pierden cada uno 1 kg de peso. Calcular el peso de oro que hay en una aleación de oro y plata, de 20 kg de peso si al sumergirlo en agua pierde  $1 \frac{1}{4}$  kg de peso.

25. Si el 50% de  $x$ , más el 10% de  $x$  es el 12'5% de 480, calcular  $x$ .

26. En un museo entran en un año 110000 personas. Al año siguiente sube 15 ptas. el precio de entrada, visitan el museo 5000 personas menos, pero ingresan 10250 ptas. más. ¿Cuánto cuesta la entrada el segundo año y cuánto costaba el primero?.

27. Un autobús a 64 millas por hora tarda en ir de Omaha a Detroit  $15 \frac{1}{4}$  horas menos que un camión que circula a 40 millas por hora. ¿Cuál es la distancia en millas entre estas dos ciudades?.

28. Dos cilindros contienen agua. En el primero alcanza una altura de 26 cms. , y se vacía a una velocidad de  $1 \frac{1}{2}$  cm por minuto. El otro tiene una altura de agua de 4 cm y se vollenando a una velocidad de  $1 \frac{1}{4}$  cm por minuto. ¿Cuánto alcanzará el agua la misma altura en los dos cilindros? ¿Cuál será dicha altura?.

29. Para medir resistencias eléctricas se emplea el puente de Wheatstone, formado por tres resistencia conocidas y otra desconocida. La resistencia desconocida puede ser cualquiera de las  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  y  $r_4$  de la figura. Las cuatro resistencias se

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$$

equilibran de tal modo que

. Mediante esta fórmula, es posible calcular la resistencia desconocida.

(a) Si  $r_1=3'6$ ,  $r_2=4'7$ ,  $r_3=5$ ; calcular  $r_4$ .

(b) Si  $r_1=500$ ,  $r_2=300$ ,  $r_4=125$ ; calcular  $r_3$ .

(c) Si  $r_1=19'3$ ,  $r_3=27'8$ ,  $r_4=17'8$ ; calcular  $r_2$ .

(d) Si  $r_2=16'4$ ,  $r_3=28'2$ ,  $r_4=16$ ; calcular  $r_1$ .

### PROBLEMAS DE ECUACIONES III

#### SISTEMAS DE ECUACIONES

#### MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

1. Resolver cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:



(a)	$x + y = 4$ $x - y = 2$	(b)	$x + 2y = 7$ $x - y = 1$
(c)	$x + 3y = 1$ $x - y = 9$	(d)	$2x + 3y = 2$ $2x - 3y = 0$
(e)	$2x + 3y = 1$ $-x + y = 1$	(f)	$3x + 5y = 11$ $15x - 15y = 7$
(g)	$2x - y = 3$ $4x + 2y = 50$	(h)	$5x - 11y = 3$ $5x + 11y = 3$
(i)	$x + y = 1$ $4x - 4y = 6$		

2. El triple de un número más el cuádruple de otro es 10, y el segundo más el cuádruple del primero es 9. ¿Cuáles son estos números?

3. Qué fracción es igual a  $\frac{1}{3}$  cuando se suma 1 al numerador y es igual a  $\frac{1}{4}$  cuando se suma 1 al denominador?

SUGERENCIA: Sea  $x$  el numerador de la fracción e  $y$  el denominador de la fracción..

4. En el sistema siguiente, calcular  $\frac{1}{x}$  y  $\frac{1}{y}$  sin eliminar las fracciones:

(a)	$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 4$ $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3$	(b)	$\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 5$ $\frac{6}{x} + \frac{7}{y} = 8$
-----	--	-----	--

5. Hallar dos números cuya suma es 1 y su diferencia es 6.

6. Una persona compra un traje y un abrigo y, de 10000 ptas. le sobran 1900. Sabiendo que  $\frac{1}{6}$  del coste del traje son 100 ptas. más que  $\frac{1}{9}$  del coste del abrigo. ¿Cuánto pagó por cada prenda?

7. Este año, un padre es tres veces mayor que su hijo. Hace 10 años, la edad del padre es 10 veces la de su hijo. ¿Qué edad tiene actualmente?

8. Estoy pensando en dos números: el doble de uno es la mitad del triple del otro. Hallar por lo menos tres pares de números que cumplan estas condiciones.

9. Por un lote sobrante de alfombras un hombre pagó 24000 ptas. vendió un tercio de las alfombras a 200 ptas. cada una, un cuarto de ellas a 30 ptas. cada una, un sexto a 400 ptas. y un cuarto a 500 ptas. cada una. En total, ganó 8000 ptas. ¿Cuántas alfombras había comprado?

10. Un contratista emplea a tres categorías de obreros. La mitad de todos los obreros cobran 100 ptas. por hora; la tercera parte cobran 200 ptas. y un sexto cobran 300 ptas. En total paga 2000 ptas. por hora. ¿Cuántos obreros contrató de cada clase?

11. La suma de dos números consecutivos excede a la mitad del de los números en 25. Hallar dichos números.

12. Si  $S = \frac{PDN}{12}$  y  $T = \frac{LF}{N}$ , eliminar  $N$  entre las dos ecuaciones y despeja el valor de  $T$  en función de las letras restantes.

SUGERENCIA: Despejar  $N$  en las dos ecuaciones y eliminarla por comparación (igualación).

13. Las fórmulas del ejercicio anterior se aplican a trabajos de tornado.  $T$  es el tiempo en minutos,  $S$  la velocidad del corte en ft/min (pies por minuto),  $D$  es el diámetro de corte en pulgadas,  $L$  es la longitud de la pieza a tornear en pulgadas,  $F$  es el avance del torno, número de vueltas a tornear por pulgada; es decir, un avance a 16 indica que cada corte es de  $\frac{1}{16}$  de

pulgada. Sabido todo esto, hallar el tiempo necesario para tornear una pieza que resulte de 3 pulgadas de diámetro y 2 pies de largo. Si el paso es de 20 y la velocidad de corte 15 ft/min.

**14.** Un hombre tiene 9800 ptas. en billetes de 100 ptas. y monedas de 50 y 25 ptas. La mitad de los billetes de 100 ptas. y la quinta parte de las monedas de 50 son 3100 ptas. La séptima parte de las monedas de 50 ptas. y la tercera parte de las monedas son 1000 ptas. ¿Cuántos billetes y cuántas monedas de cada clase tiene?

**15.** Una palanca está en equilibrio cuando soporta en sus extremos pesos de 40 kg y 50 kg. Si se añaden 5 kg a los 40 iniciales, para que estuviese en equilibrio sin variar el fulcro, habría que añadir 20 cm el peso de 50 kg. ¿Cuáles son las longitudes de los brazos de la palanca al principio?

SUGERENCIA: Sea  $x$  = la longitud en centímetros del brazo mayor y sea  $y$  = la longitud en centímetros del brazo menor.

**16.** Un vaso, lleno de agua, pesa 180 grs. Si se llena con sulfúrico, de densidad relativa 1'75, pesa 270 grs. ¿Cuánto pesa el vaso vacío?

**17.** Una palanca está en equilibrio con un peso  $w_1$  en un brazo y un peso  $w_2$  en el otro. Si se añade un peso  $p$  a  $w_1$ , el peso  $w_2$  se ha de mover  $m$  metros para estar nuevamente en equilibrio. Hallar las longitudes de los dos brazos.

**18.** Disponemos de dos minerales de cinc, uno contiene un 45% de cinc y el otro un 25%. ¿Cuántos kilogramos de cada mineral se han de tomar para conseguir una mezcla de 2000 kg de peso, con un 40% de cinc?. (Ver la tabla siguiente).

Mineral 1 Mineral 2 Mineral mezcla

45% 25% Mineral 1 + Mineral 2

$x$  kg  $y$  kg 2000 kg

45 % Zn + 25% Zn = 40% Zn

55% impurezas 75% impurezas 60% impurezas

**19.** ¿Cuántos litros de nata con un 35% de grasa se han de mezclar con leche del 4% de grasa para obtener 20 litros de leche con un 25% de grasa?

**20.** ¿Cuántos grs. De plata de 700 milésimas se han de mezclar con plata de 870 milésimas para obtener 12 grs. de plata de 800 milésimas?

**21.** La densidad relativa de un líquido es 1'75 y la de otro 1'4. ¿Cuántos gramos de cada uno serán necesarias para obtener 20 grs. de líquido de densidad relativa 1'7?

**22.** La suma de tres números es 12. Cuando restamos el tercer número a la suma de los otros dos, el resultado es 2, y si a la suma del tercero más el doble del primero se le resta el segundo el resultado es 7. ¿Cuáles son los tres números?.

### *Ejercicios Algebra Básica y Ecuaciones*

**1.1.1.** Hallar m.c.m. de los denominadores, si es necesario.

- Dividir el numerador nuevo entre el antiguo de cada fracción.
- Multiplicar numerador y denominador por el resultado anterior respectivamente.
- Igualar denominadores.

**1.2.** Quitar los denominadores.

- Descomponer cada denominador en producto de factores primos.
- Extraer los factores comunes y no comunes con el mayor exponente y multiplicarlos.

**2.1.** Multiplicar los paréntesis entre sí.

**2.2.** Multiplicar el valor fuera del paréntesis por todos los de dentro del mismo.

El signo (-) ante paréntesis cambia el signo de todos los términos del mismo.

**2.1.1.** Multiplicar cada término de un paréntesis por todos los términos del otro paréntesis.

**3.1.** Pasar los términos con incógnita a un miembro y el resto al otro miembro.

**3.2.** Sumar los términos de distinto signo en cada miembro.

**3.3.** Pasar el coeficiente de la incógnita al otro miembro dividiendo.

**3.1.1.** Los términos con signo (+) pasan con signo (-) y viceversa.

**3.2.1.** Sumar los términos positivos por un lado y los negativos por otro.

**3.2.2.** Suma de un término positivo con otro negativo.

**3.2.2.1.** Signo del resultado, el del mayor.

**3.2.2.2.** El valor del resultado es la diferencia de valores.

**3.3.1.** Simplificar la fracción resultante todo lo posible.

**3.3.2.** Dejar el resultado indicado SIN SACAR DECIMALES.

**4.1.** Sustituir el resultado obtenido por la incógnita en la acción inicial y realizar todas las operaciones correspondientes.

**4.2.** Si la igualdad se cumple, la ecuación está bien resuelta.

**4.3.** Si no se verifica, repasar o rehacer.

Forma general de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

$$Ax + By = C$$

$$A'x + b'y = C'$$

### **MÉTODO DE IGUALACIÓN**

**1.** Seleccionar una de las dos incógnitas.

**2.** Despejar la incógnita seleccionada en las dos ecuaciones.

**3.** Igualar las expresiones resultantes.

**4.** Resolver la ecuación anterior. Se obtiene el valor de la incógnita.

**5.** Sustitución del valor de la incógnita resuelta.

Se obtiene el valor de la segunda incógnita.

**6.** Comprobar la solución.

**5.1.** Seleccionar una de las expresiones donde aparece la incógnita despejada.

**5.2.** Cambiar la aparición de la incógnita resuelta por su valor.

**5.3.** Realizar las operaciones correspondientes.

6.1. Sustituir en las ecuaciones originales cada incógnita por su valor resuelto.

6.2. Realizar las operaciones correspondientes.

6.3. Decidir la comprobación.

6.3.1. Si se verifican las dos igualdades, el sistema está bien resuelto.

6.3.2. Si no se verifican las dos igualdades, el sistema está mal resuelto.

#### **MÉTODO DE SUSTITUCIÓN**

1. Elegir cualquier incógnita de una de las dos ecuaciones.

2. Despejar la incógnita seleccionada de la ecuación anterior.

3. Sustituir la incógnita despejada en la otra ecuación.

4. Se resuelve la ecuación. Se obtiene el valor de la primera incógnita.

5. Hallar el valor de la otra incógnita.

6. Comprobar la solución.

3.1. Copiar la ecuación sin las apariciones de la incógnita que vamos a sustituir.

3.2. Se inserta el despeje en los lugares desocupados anteriores.

3.3. El resultado es una ecuación de primer grado con una incógnita.

5.1. Sustituir el valor de la incógnita resuelta.

5.2. Resolver la ecuación obtenida. Se obtiene el valor de la segunda incógnita.

5.1.1. Seleccionar una de las ecuaciones originales.

5.1.2. Cambiar la incógnita resuelta por su valor como en el punto 3.

5.1.3. Se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita.

6.1. Sustituir en las ecuaciones originales cada incógnita por su valor resuelto.

6.2. Realizar las operaciones correspondientes.

6.3. Decidir la comprobación.

6.3.1. Si se verifican las dos igualdades, el sistema está bien resuelto.

6.3.2. Si no se verifican las dos igualdades, el sistema está mal resuelto.

#### **MÉTODO DE REDUCCIÓN.**

1. Se selecciona una de las incógnitas.

2. Se igualan los coeficientes de la incógnita seleccionada de ambas ecuaciones.

3. Se resuelve la ecuación obtenida y se consigue el resultado de una incógnita.

4. Sustitución del valor de la incógnita ecuación.

5. Comprobar la solución.

- 2.1. Se buscan números para cada ecuación de forma que al multiplicar por los coeficientes de la incógnita seleccionada el resultado sea igual.
- 2.2. Localización rápida de los números.
- 2.3. Multiplicar cada ecuación por el valor localizado.
- 2.4. En caso de tener los coeficientes del mismo signo, cambiar una de las ecuaciones de signo.
- 2.5. Sumar las ecuaciones.
- 2.6. Se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita.
  - 2.2.1. Tomar, para la primera ecuación, el coeficiente de la segunda ecuación.
  - 2.2.2. Para la segunda ecuación, tomar el coeficiente de la primera ecuación.
    - 2.3.1. Multiplicar cada coeficiente de la ecuación por el valor correspondiente, en ambos miembros.
    - 2.4.1. Cambiar todos los signos de la ecuación, en ambos miembros.
    - 2.5.1. Sumar los términos en x.
    - 2.5.2. Sumar los términos en y.
    - 2.5.3. Sumar los términos independientes.
- 2.5.5. Cada resultado queda en un miembro de la ecuación resultante.
- 4.1. Selección de cualquier ecuación
- 4.2. Cambiar la aparición de la incógnita resuelta por su valor. Se consigue una ecuación con una incógnita.
- 4.3. Se resuelve la ecuación. Se obtiene el valor de la segunda incógnita.
- 5.1. Sustituir en las ecuaciones originales cada incógnita por su valor resuelto.
- 5.2. Realizar las operaciones correspondientes.
- 5.3. Decidir la comprobación.
  - 5.3.1. Si se verifican las dos igualdades, el sistema está bien resuelto.
  - 5.3.2. Si no se verifican las dos igualdades, el sistema está mal resuelto.